

УДК 624.04:539.3

О. О. Чупринін, Н. В. Серeda

Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова,  
Україна

## ПОВЗУЧИСТЬ ТА ДОВГОВІЧНІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПАНЕЛЕЙ

У статті розглянуто мету та завдання досліджень повзучості і тривалої міцності, показана їх актуальність. Описана методика проведення розрахунків, що дозволяє визначати несучу здатність і тривалу міцність різноманітних залізобетонних конструкцій при короткочасному та довготривалому навантаженні. Наведено приклади розрахунків залізобетонних циліндричних панелей. Наведено рекомендації щодо раціональних обрисів конструкцій.

**Ключові слова:** повзучість, тривала міцність, залізобетонна конструкція, циліндрична панель, метод скінчених елементів.

### Постановка проблеми

Повсюдне поширення бетону та залізобетону в будівництві призводить до виникнення і використання численних теоретичних моделей. У більшості випадків вони засновані на емпірично встановлених закономірностях деформування і руйнування моделей й елементів конструкцій.

Руйнування бетону істотно залежить від характеру навантаження. Встановлено, що межа пружності і, отже, руйнівна сила на порядок більше при стисненні, ніж при розтягуванні. Навантаження, порівняно з межею пружності, призводить до зростання мікротріщин в бетоні. При подальшій експлуатації це викликає залишкові деформації [1]. Для подолання недоліків існуючих теоретичних моделей, розроблена і верифікована модель для аналізу тонкостінних конструкцій.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Більшість теорій деформування і руйнування бетону на першому етапі, до появи мікроруйнування розглядають, як правило, тільки пружні деформації. І окремо деформацію повзучості. На цьому етапі не враховуються деформації пружної фази. При подальшому навантаженні проявляється розвиток мікроруйнування бетону та залізобетону і порушення його цілісності.

Моделі, засновані на теоріях пластичності, не можуть описати багато особливостей деформування бетону [2-3]. Тут необхідно використання більш загальних методів механіки [4-6].

Прояв нелінійності повзучості можна описати як накладення на деформації повзучості, викликані розушільненням структури компонентів бетону.

Потім цей процес зупиняється, що характеризує процес зміцнення бетону [7].

Процес руйнування в бетоні на відміну від інших конструкційних матеріалів, не є раптовим виникненням нових вільних поверхонь. Він являє безперервне формування, розвиток і об'єднання мікротріщин. Ця поведінка може бути змодельована за допомогою класичної пластичності.

Незважаючи на істотні успіхи цих моделей, істотними їх недоліками є, те, що такі моделі не розглядають деградацію жорсткості матеріалу через мікротріщини. Це призводить до необхідності розгляду моделі механіки пошкодження, де деградація жорсткості може бути змодельована шляхом використання концепції ефективних напружень [2], яка ґрунтується на класичних роботах Качанова і Работнова.

Виходячи з цього, сучасні дослідження повзучості ґрунтуються на фундаментальних положеннях механіки і термодинаміки [8]. При цьому дослідні дані реалізуються і в традиційних інтегральних, і в мережових методах розрахунку.

### Формулювання мети статті

В роботі запропоновано поєднання пластичної моделі з механікою руйнування, щоб імітувати поведінку бетону згідно з його характеристиками, включаючи не тільки напруження та деформації, але і деградацію його жорсткості.

Для вирішення крайової задачі застосовується метод скінчених елементів, який відноситься до прямих варіаційних методів вирішення крайових задач математичної фізики, при розгляді завдання повзучості такий підхід вимагає формулювання спеціального варіаційного принципу. Варіаційна рівність, що впливає з цього принципу може бути

перетворена в варіаційну рівність типу Лагранжа для функціоналу заданого на швидкостях переміщень, що включає швидкості додаткових напружень.

### Виклад основного матеріалу

При вирішенні крайової задачі в довільний момент часу додаткові швидкості деформацій приймають відомими, тобто їх варіації дорівнюють нулю. З урахуванням цього рішенням варіаційної рівності виявляються функції швидкостей переміщень точок тіла в даний момент часу і додаткові дисипативні напруги. Для відновлення безпосередньо переміщень необхідно додатково скористатися одним з методів інтегрування знайдених швидкостей переміщень по часу, згідно з рівняннями стану.

Таким чином, отримана система рівнянь [9] повинна вирішуватися спільно з рівняннями стану [10], до яких необхідно додати граничні умови на всій поверхні тіла. Крім того, при вирішенні початкової задачі необхідно сформулювати і початкові умови. При цьому можна вважати, що в момент часу  $t=0$  напружено-деформований стан визначається рішенням задачі теорії пружності.

У довільний момент часу деформації в бетоні можна описати залежністю виду [11-12]:

$$\varepsilon(\sigma, t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} \left( 1 + C_0^*(t, \tau) \right), \quad (1)$$

де  $t$  – момент часу, в який визначається деформація;  $\sigma(t)$  – поточна величина напруг;  $E(t)$  – миттєва величина модуля пружності;  $\tau$  – момент часу, в який було додано навантаження;  $C_0^*(t, \tau)$  – міра повзучості, яка є деформацією повзучості в момент часу  $t$  від дії одиничної напруги, прикладеної в момент часу  $\tau$ .

Міру повзучості можна визначити наступним співвідношенням:

$$C_0^*(t, \tau) = \xi \cdot \theta(\tau) \cdot \left( 1 - e^{-\phi(t-\tau)} \right), \quad (2)$$

$$\xi = \left[ 1.3 - 0.79 \cdot e^{-0.404 m_0} \right] \cdot \left[ 1.27 - 0.01334 \cdot (\Phi - 40) \right] \cdot \left[ 1 + 0.0482 \cdot e^{(T-20)} \right],$$

де  $\xi$  – параметр, який описує умовний вік бетону ( $m_0$  – частина конструкції (у %), яка контактує з повітрям,  $\Phi$  – відносна вологість повітря,  $T$  – середня температура експлуатації);  $\theta(\tau) = A_1/\tau + C_0$  – функція, що характеризує процес старіння бетону ( $A_1 = 0.7$  сут.,  $C_0 = 0.5$  – постійні, які визначаються з експерименту [8, 10]);  $\phi$  – коефіцієнт, що дозволяє в явному вигляді виділити час в рівняннях стану, і який для бетону класу В 40 дорівнює  $2.297 \left[ \text{сут}^{-1} \right]$ .

При складному напруженому стані необхідне формулювання еквівалентної напруги. Згідно гіпотези про нестисливість матеріалу при повзучості, в розрахунках використовується інваріантна величина –  $\sigma_i$  (інтенсивність напружень).

Вирази (1) і (2) можна перетворити згідно інкрементальної теорії Качанова-Работнова з урахуванням накопиченої пошкоджувальності:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} B \frac{(\sigma_i)^{n-1}}{(1-\omega)^k} s_{ij}; \quad (3)$$

$$\dot{\omega} = D \frac{(\sigma_i)^m}{(1-\omega)^l}, \quad (4)$$

де  $\dot{\varepsilon}_{ij}(t)$  – швидкість необоротних деформацій повзучості;  $s_{ij}$  – компоненти девіатора тензора напружень;  $\omega(t)$  – параметр пошкодження, який в початковий момент часу ( $t=0$ ) нульовий ( $\omega(0) = 0$ ), а в момент закінчення процесу прихованого накопичення пошкоджень ( $t=t^*$ ), дорівнює  $\omega^*$  ( $\omega(t^*) = \omega^*$ );  $B, D, n, k, l$  – константи, які визначаються дослідним шляхом при обробці кривих повзучості, отриманих зі співвідношень (1-2).

### Приклад розрахунку

Розглянемо особливості застосування циліндричних оболонок в якості залізобетонних елементів конструкцій. І проаналізуємо напружено-деформований стан тонкостінної циліндричної панелі, геометрію якої можна змодельовати у вигляді відкритої оболонки, наведеної на рис. 1.

На малюнку приведена відкрита оболонка, розбита на кінцеві елементи – 20 по довжині і 20 по колу. Аналіз наведеної панелі проведено відповідно до наведеної вище моделі незворотного деформування, яка реалізована в скінченоелементній постановці [13].

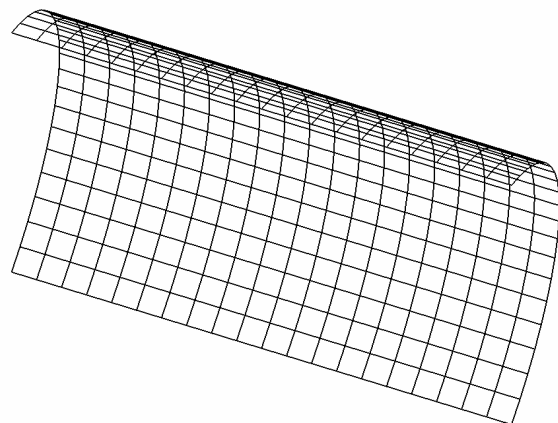


Рис. 1. Циліндрична панель

Для наведеної панелі радіус кривизни можна визначити за формулою  $R = \frac{f}{2} + \frac{b^2}{8f}$ . Тут  $f$  - висота,  $b$  - розмір в площині. В такому випадку кут розкриття циліндричної панелі можна обчислити таким чином:  $\alpha = 2 \arccos\left(1 - \frac{f}{R}\right)$ . У розрахунках варіювалася стріла підйому  $f$ .

Розглянемо циліндричну панель, квадратну в плані з розмірами  $10 \times 10$  м ( $\ell=10$  м і  $b=10$  м), та стандартною товщиною  $h=50$  см ( $1/20$  від розмірів в площині), виготовлену з армованого бетону В 40. Механічні характеристики бетону: модуль пружності  $E=3.6 \cdot 10^4$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu=0.16$ , масова щільність  $\rho=1.9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Панель жорстко затиснена по опертих краях і вільна від закріплення на торцях та деформується під дією власної ваги.

У табл. 1 приведено початкове значення ( $t=0$  років) максимальної інтенсивності напружень  $\sigma_i$  в панелі в залежності від відносної стріли підйому  $\bar{f}$ . З плином часу їх величина не суттєво зменшується ( $t=10$  років та  $t=100$  років).

Розрахунки показують, що при  $t=0$  років найменша інтенсивність напружень буде в панелі, наведена висота якої дорівнює  $\bar{f}=0.276$  (тут  $\bar{f}=f/b$ ). Це відповідає найменшому рівню накопичення пошкоджуваності за розрахунковий час експлуатації конструкції (100 років).

Аналогічні розрахунки проведені для панелі зі зменшеною товщиною  $h=40$  см ( $1/25$  від розмірів в плані), яка так само виконана з армованого бетону В 40. При цьому інші геометричні характеристики залишаються такі ж, як і в прикладі вище.

У табл. 2 наведені результати моделювання за період експлуатації. Тут показано значення інтенсивності напружень  $\sigma_i$  в панелі в залежності від відносної стріли підйому  $\bar{f}$  в різні періоди часу.

Встановлено, що найменша інтенсивність напружень буде в панелі, відносна висота якої дорівнює  $\bar{f}=0.282$ . При цьому характер залежності напружень від висоти підйому аналогічний отриманому для стандартної товщини.

Крім того, в дослідженнях розглядалися панелі з товщиною  $h=30$  см ( $1/33$  від розмірів в плані) й  $h=20$  см ( $1/50$  від розмірів в плані). Матеріал і геометричні характеристики залишаються такі ж, як і в попередніх розрахунках. У табл. 3 і табл. 4 відповідно наведені результати моделювання за розрахунковий час експлуатації.

При цьому встановлено, що найменші інтенсивності напружень будуть в панелях, відносна висота яких дорівнює  $\bar{f}=0.289$  (при  $h=30$  см) і  $\bar{f}=0.297$  ( $h=20$  см).

Як показують розрахунки, інтенсивність напружень, яка визначає міцність і довговічність конструкції, при зменшенні товщини в 2.5 рази від стандартної збільшується в 1.87 рази для раціонального обрису в початковий момент часу. І це співвідношення не суттєво змінюється в період експлуатації 100 років.

Таблиця 1

Інтенсивність напружень в залежності від стріли підйому ( $\ell=10$  м,  $b=10$  м,  $h=50$  см)

| $\bar{f}$                       | 0.00  | 0.05  | 0.10  | 0.15  | 0.20  | 0.25  | 0.30  | 0.35  | 0.40  |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\sigma_i$ , МПа, $t=0$ років   | 4.950 | 4.294 | 4.127 | 4.063 | 3.876 | 3.435 | 3.455 | 3.789 | 4.078 |
| $\sigma_i$ , МПа, $t=10$ років  | 4.455 | 3.865 | 3.714 | 3.657 | 3.488 | 3.092 | 3.110 | 3.410 | 3.670 |
| $\sigma_i$ , МПа, $t=100$ років | 4.059 | 3.521 | 3.384 | 3.332 | 3.178 | 2.817 | 2.833 | 3.107 | 3.344 |

Таблиця 2

Інтенсивність напружень в залежності від стріли підйому ( $\ell=10$  м,  $b=10$  м,  $h=40$  см)

| $\bar{f}$                       | 0.00  | 0.05  | 0.10  | 0.15  | 0.20  | 0.25  | 0.30  | 0.35  | 0.40  |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\sigma_i$ , МПа, $t=0$ років   | 5.451 | 4.822 | 4.623 | 4.401 | 4.157 | 3.933 | 3.952 | 4.281 | 4.575 |
| $\sigma_i$ , МПа, $t=10$ років  | 4.906 | 4.313 | 4.160 | 4.105 | 3.939 | 3.540 | 3.557 | 3.853 | 4.117 |
| $\sigma_i$ , МПа, $t=100$ років | 4.470 | 3.929 | 3.791 | 3.740 | 3.589 | 3.225 | 3.241 | 3.510 | 3.752 |

Таблиця 3

Інтенсивність напружень в залежності від стріли підйому ( $\ell=10$  м,  $b=10$  м,  $h=30$  см)

| $\bar{f}$                          | 0.00  | 0.05  | 0.10  | 0.15  | 0.20  | 0.25  | 0.30  | 0.35  | 0.40  |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\sigma_i$ , МПа,<br>$t=0$ років   | 6.705 | 5.931 | 5.686 | 5.413 | 5.113 | 4.838 | 4.861 | 5.266 | 5.627 |
| $\sigma_i$ , МПа,<br>$t=10$ років  | 6.034 | 5.339 | 5.117 | 4.872 | 4.601 | 4.355 | 4.376 | 4.739 | 5.064 |
| $\sigma_i$ , МПа,<br>$t=100$ років | 5.498 | 4.863 | 4.663 | 4.439 | 4.192 | 3.967 | 3.986 | 4.318 | 4.614 |

Таблиця 4

Інтенсивність напружень в залежності від стріли підйому ( $\ell=10$  м,  $b=10$  м,  $h=20$  см)

| $\bar{f}$                          | 0.00  | 0.05  | 0.10  | 0.15  | 0.20  | 0.25  | 0.30  | 0.35  | 0.40  |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\sigma_i$ , МПа,<br>$t=0$ років   | 8.917 | 7.888 | 7.563 | 7.200 | 6.800 | 6.434 | 6.465 | 7.003 | 7.484 |
| $\sigma_i$ , МПа,<br>$t=10$ років  | 8.026 | 7.100 | 6.806 | 6.480 | 6.120 | 5.792 | 5.820 | 6.303 | 6.735 |
| $\sigma_i$ , МПа,<br>$t=100$ років | 7.312 | 6.468 | 6.201 | 5.904 | 5.576 | 5.276 | 5.301 | 5.743 | 6.137 |

Більш детальний аналіз дозволяє встановити, що з огляду на пологість оболонки, велика частина її площі піддається впливу тільки поздовжніх стискаючих зусиль, і їх величина не суттєво залежить від геометрії панелі. При цьому вплив згинаючих моментів на сумарні напруги мінімальний.

Наведені результати підтверджують, що тонкостінні покриття раціонально виконувати як опуклу циліндричну панель, в якій висота істотно менше розмірів в плані. У табл. 5 наведені узагальнені результати досліджень. Тут показано відповідність відносної товщини панелі  $\bar{h}=f/b$  і раціональної стріли підйому  $\bar{f}$ .

Таблиця 5

Раціональна стріла підйому панелі

| $\bar{h}$ | 1/20  | 1/25  | 1/33  | 1/50  |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $\bar{f}$ | 0.276 | 0.282 | 0.289 | 0.297 |

## Висновки

Запропонована скінченоелементна модель тонкостінних конструкцій при повзучості дозволяє аналізувати напружено-деформований стан будівельних конструкцій, виконаних з різних марок бетону при різноманітних умовах експлуатації, що дає можливість проводити достовірну оцінку міцності, жорсткості і довговічності залізобетонних конструкцій, вибирати раціональний обрис їх елементів.

## Література

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). Mechanics of solid materials. Cambridge University Press, 556.
2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics*, 23(2), 155–177.
3. Ахвердов, И. Н. Основы физики бетона [Текст] / И. Н. Ахвердов. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.
4. Babut, R. (1983). Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish). In: *Mechanics of concrete-like composites*. Ossolineum, Wroclaw, 71–145.
5. Basista, M. (1993). On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression. *Eng Transactions* 41, 395–417.
6. Shpachuk, V. P. (2016). Effect of mutually amplifying action two coordinate shock loading in problems of dynamics of knots of machines. *Scientific Bulletin of National Mining University. Scientific and technical journal*, 6 (156), 89–94.
7. Берг, О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона [Текст] / О. Я. Берг. – М.: Госстройиздат, 1961. – 96 с.
8. Шмуклер, В. С. Новый метод натурных испытаний [Текст] / В. С. Шмуклер А. А. Чупрынин, Рамин Аббаси Хафиджани. // Бетон и железобетон в Украине. – 2010. – №5. – С. 13–24.
9. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике [Текст]: пер. с англ. - М.: Мир, 1975. – 238 с.
10. Чупрынин, А. А. Ползучесть и долговечность железобетонных элементов конструкций [Текст] / А. А. Чупрынин, Н. В. Середа // Комунальне господарство міст. Серія: Технічні науки та архітектура. –

Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – № 135. – С. 2-6.

11. Ильюшин, А. А. Пластичность [Текст] / А. А. Ильюшин - М.: АнСССР, 1963. - 424 с.

12. Prandtl, L. (1924). Spannungsverteilung in Plastischen Korpern. *Proc. of 1 st Int. Congr. of Appl. Mech.*, 43-54.

13. The certificate of registration of copyright in a work № 64661. A computer program "Shell Creep Calculations ("SCC v 4.8")"(2016). Breslavsky D., Morachkovski O., Tatarinova O., Chuprynin A., Zolotko Ye., *Ukraine*, 2.

### References

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). Mechanics of solid materials. *Cambridge University Press*, 556.
2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics*, 23(2), 155–177.
3. Ahveradov, I. N. (1981). Fundamentals of physics concrete. *Moscow, Russia: Stroyizdat*, 464.
4. Babut, R. (1983). Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish). In: *Mechanics of concrete-like composites. Ossolineum, Wroclaw*, 71-145.
5. Basista, M. (1993). On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression. *Eng Transactions* 41, 395-417.
6. Shpachuk, V. P. (2016). Effect of mutually amplifying action two coordinate shock loading in problems of dynamics of knots of machines. *Scientific Bulletin of National Mining University. Scientific and technical journal*, 6 (156), 89-94.
7. Berg, O.Y. (1961). Physical foundations of the strength theory of concrete and reinforced concrete. *Moscow, Russia: Gosstroyizdat*, 96.
8. Shmukler, V. S., Chuprynin, A. A. & Abbasi, R. H. (2010). New method of full-scale tests. *Concrete and reinforced concrete in Ukraine*, 5, 13-24.

9. Zenkevitch, O. (1975). Finite element method in engineering. *Moscow, Russia: Mir*, 238.

10. Chuprynin, A. A. & Sereda, N. V. (2016). The creep and durability of reinforced concrete structural elements / *Utilities cities. Series: Technical Sciences and architecture. Kharkiv, Ukraine*, 135, 2-6.

11. Ilyushin, A. A. (1963). Plasticity. *Moscow, Russia: AnUSSR*, 424

12. Prandtl, L. (1924). Spannungsverteilung in Plastischen Korpern. *Proc. of 1 st Int. Congr. of Appl. Mech.*, 43-54.

13. The certificate of registration of copyright in a work № 64661. A computer program "Shell Creep Calculations ("SCC v 4.8")"(2016). Breslavsky D., Morachkovski O., Tatarinova O., Chuprynin A., Zolotko Ye., *Ukraine*, 2.

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.П. Шпачук, Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова, Україна

**Автор:** ЧУПРИНІН Олександр Олексійович  
кандидат технічних наук, доцент  
Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова  
E-mail – sasha.chupr@gmail.com  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8757-559X>

**Автор:** СЕРЕДА Наталя Василівна  
кандидат технічних наук, доцент  
Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова  
E-mail – natalisereda3@gmail.com  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9727-5531>

## THE CREEP AND DURABILITY OF REINFORCED CONCRETE CYLINDRICAL PANEL

A. Chuprynin, N. Sereda

O. M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkov, Ukraine

*One of the basic problems, which is solved on the stage design of elements of building cylindrical panel, is the analysis of stress-strain state as well as determining of lifetime.*

*The paper is devoted to the simulation of nonlinear creep of concrete structural elements by different actions. High priority of the research theme is justified, the aim and goals are formulated. The mathematical problem statement of creep of concrete structural elements is presented. The creep problems of thin-walled structural members, which are deformities under the action of different actions varying load were solved by use of developed software.*

*Presents a calculation example of reinforced concrete cylindrical panels. The recommendation for the rational shape design. The conclusions about the adequacy of the analysis of the reliability and durability of reinforced concrete structures.*

**Keywords:** creep, long-term strength, reinforced construction, cylindrical panel, finite element method.